

Hydrauliske forhold i Steinkjerelvas og Figgas munningsområde

Hydrologi og vassdrag

Desember 1999



SINTEF
Bygg og miljøteknikk



SINTEF Bygg og miljøteknikk
Hydrologi og vassdrag

Postadresse: 7465 Trondheim
Besøksadresse: Klæbuveien 153
Telefon: 73 59 23 59
Telefaks: 73 59 02 01

Foretaksregisteret: NO 948 007 029 MVA

SINTEF RAPPORT

TITTEL

HYDRAULISKE FORHOLD I STEINKJERELVAS OG FIGGAS MUNNINGSOMRÅDE

FORFATTER(E)

Bård Brørs & Hans-Petter Fjeldstad

OPPDRAAGSGIVER(E)

Direktoratet for Naturforvaltning

RAPPORTNR. STF22 A99423	GRADERING Åpen	OPPDRAAGSGIVERS REF. Jarle Steinkjer	
GRADER. DENNE SIDE Åpen	ISBN 82-14-01639-8	PROSJEKTNR. 22E098	ANTALL SIDER OG BILAG 31
ELEKTRONISK ARKIVKODE I:\pro\22E098_Steinkjer_munning\rapport\Steinkjer2		PROSJEKTLEDER (NAVN, SIGN.) Hans-Petter Fjeldstad <i>H-P Fjeldstad</i>	VERIFISERT AV (NAVN, SIGN.) Einar Tesaker <i>Einar Tesaker</i>
ARKIVKODE	DATO 1999-12-20	GODKJENT AV (NAVN, STILLING, SIGN.) Kjetil A. Vaskinn, Forskningsjef <i>Kjetil A. Vaskinn</i>	

SAMMENDRAG

Feltundersøkelsene viste som forventet at munningsområdet er komplekst mht. steinfyllinger og avløpskulverter. Bortsett fra steinfyllinger som er i kontakt med sterkt strømmende vann bør både avløpskulverter og steinfyllinger være gjenstand for separat tilleggsbehandling for å oppnå dødelige doser av rotenon.

Det er utført numeriske beregninger for forskjellig vannføring i Steinkjerelva og Figga. Resultatene viser at saltvannskilen i Steinkjerelva når omtrent til Jernbanebrua ved vannføring 60 m³/s, og lenger opp ved vannføring 30 m³/s. Tykkelsen av ferskvannslaget i munningsområdet er beregnet å være ca 3 m med vannføring 60 m³/s og ca 2 m ved vannføring 30 m³/s. I munningen av Steinkjerelva har toppen av ferskvannslaget en strømfart på noe over 0,6 m/s med vannføring 60 m³/s og ca 0,5 m/s ved vannføring 30 m³/s. Under ferskvannslaget går det en returstrøm av saltvann oppover elva med ca 1/5 av hastigheten til overflatestrømmen.

Det er videre utført spredningsberegninger med en random walk partikkelmodell som viser at rotenonskya ovenfra samles mot høyre bredd der Steinkjerelva gjør sin siste sving mot venstre før utløpet. Dette gjør at det blir lite stoff langs venstre bredd på den siste rettstrekningen. Dosering ved venstre bredd etter svingen synes å gi bra tilførsel av stoff langs venstre bredd og videre langs Sørsileiret i retning Figga. Det er beregnet dårlig spredning langs land fra fyrlykta og nordover langs Nordsileiret, spesielt ved start av behandlingen 1 time etter høyvann. Det oppnås høyest konsentrasjoner i ferskvannslaget i munnings-området ved behandling på lav vannstand. Ved 60 m³/s vannføring er det beregnet en bedre fordeling av rotenon når behandlingen starter ved høyvann enn ved lavvann. Ved 30 m³/s vannføring er det beregnet en bedre fordeling av rotenon når behandlingen starter ved lavvann enn ved høyvann.

STIKKORD	NORSK	ENGELSK
GRUPPE 1	Miljø	Environment
GRUPPE 2	Vassdrag	River
EGENVALGTE	GEOSIM	GEOSIM
	Gyrodactylus salaris	Gyrodactylus Salaris

INNHALDSFORTEGNELSE

1. FORORD	3
2. SAMMENDRAG.....	4
3. INNLEDNING.....	5
4. STEINFYLLINGER OG KULVERTER.....	6
5. NUMERISK MODELLERING AV MUNNINGSOMRÅDET.....	8
5.1 Modellbeskrivelse.....	8
5.2 Kalibrering og forutsetninger	11
5.3 Modellerte situasjoner.....	11
5.4 Resultater	12
6. REFERANSER.....	28
VEDLEGG: NUMERISK MODELL	29
Matematisk formulering.....	29
Grensebetingelser	30

1. FORORD

Denne rapporten er utarbeidet ved SINTEF Bygg og Miljøteknikk, avdeling for Hydrologi og Vassdrag og avdeling for Kyst og havteknikk, på oppdrag for Direktoratet for Naturforvaltning.

Som en del av kvalitetssikringen er det oppnevnt en faglig rådgiver på prosjektet. Vedkommende skal i henhold til instruksen være en annen kompetent person enn de som har utført selve prosjektarbeidet. I dette prosjektet er Kjetil Arne Vaskinn faglig rådgiver. Hans-Petter Fjeldstad er prosjektleder og har sammen med Bård Brørs har stått for datainnsamlingen.

Fylkesmannens miljøvernavdeling i Nord-Trøndelag har utført kartlegging av rørledninger og kulverter som munner ut i Steinkjervassdraget, Figga og disses munningsområder.

2. SAMMENDRAG

Feltundersøkelsene viste som forventet at munningsområdet er komplekst mht. steinfyllinger og avløpskulverter. Bortsett fra steinfyllinger som er i kontakt med sterkt strømmende vann er det vår oppfatning at både avløpskulverter og steinfyllinger må være gjenstand for separat tilleggsbehandling for å oppnå dødelige doser av rotenon. Dette gjelder uansett behandlings-case, jfr. de numeriske beregningene.

Det er gjennomført beregninger med den numeriske modellen GEOSIM. Det er beregnet tidevannstrøm og tilførsel av ferskvann fra Steinkjerelva og Figga. Utslipp av rotenon er simulert i form av partikkelutslipp i den numeriske modellen. Noen resultater fra de numeriske beregningene er:

- Saltvannskilen i Steinkjerelva når omtrent til Jernbanebrua ved vannføring $60 \text{ m}^3/\text{s}$. Ved vannføring $30 \text{ m}^3/\text{s}$ går den lenger opp.
- Tykkelsen av ferskvannslaget i munningsområdet er beregnet å være ca 3 m med vannføring $60 \text{ m}^3/\text{s}$ og ca 2 m ved vannføring $30 \text{ m}^3/\text{s}$.
- I munningen av Steinkjerelva har toppen av ferskvannslaget en strømfart på over 0,6 m/s med vannføring $60 \text{ m}^3/\text{s}$ og ca 0,5 m/s ved vannføring $30 \text{ m}^3/\text{s}$. Under ferskvannslaget går det en returstrøm av saltvann oppover elva med ca 1/5 av hastigheten til overflatestrømmen.
- Skyen ovenfra er beregnet å samles mot høyre bredd der Steinkjerelva gjør sin siste sving mot venstre før utløpet. Dette gjør at det blir lite stoff langs venstre bredd på den siste rettstrekningen.
- Det er beregnet dårlig spredning langs land fra fyrlykta og nordover langs Nordsileiret, spesielt ved start av behandlingen 1 time etter høyvann.
- Doseringen ved venstre bredd etter svingen synes å gi bra tilførsel av stoff langs venstre bredd og videre langs Sørsileiret i retning Figga.
- Det oppnås høyest konsentrasjoner i ferskvannslaget i munningsområdet ved behandling på lav vannstand.
- Ved $60 \text{ m}^3/\text{s}$ vannføring i Steinkjerelva er det beregnet en bedre fordeling av rotenon når behandlingen starter ved høyvann enn ved lavvann.
- Ved $30 \text{ m}^3/\text{s}$ vannføring i Steinkjerelva er det beregnet en bedre fordeling av rotenon når behandlingen starter ved lavvann enn ved høyvann.

3. INNLEDNING

Steinkjervassdraget og Figga skal etter planen rotenonbehandles for andre gang i løpet av år 2000. Dette etter at lakseparasitten *Gyrodactylus salaris* ble oppdaget på nytt etter en rotenonbehandling i 1994. Selvom flere teorier er framsatt er det ikke sikkert hva som var årsaken til at man ikke fikk utryddet parasitten ved første gangs behandling. Det har bl.a. vært diskutert om de til dels uoversiktlige munningsområdene kan ha fungert som en "redningsplass" for infisert fisk.

Med dette som bakgrunn er det ønskelig å skaffe seg en bedre forståelse for de hydrauliske forholdene som eksisterer i Steinkjerelvas munningsområde, herunder også steinfyllinger og avløpskulverter. En slik forståelse kan gi et bedre grunnlag for å treffe nødvendige tiltak ved en evt. ny rotenonbehandling. Samspillet mellom salt- og ferskvann, bl.a som funksjon av elvas vannføring og havets tidevann må da studeres, i tillegg til å gjøre spesifikke betraktninger om hvorvidt rotenonholdig vann får en tilstrekkelig innblanding i fersk/brakkvannsområdene mellom Figga og Steinkjerelva.

Tidligere er slike studier hovedsakelig utført ved sporstoffundersøkelser med rhodamin, samt salinitetsmålinger. De hydrauliske forhold i et munningsområdet er dynamiske, dvs at faktorer som tidevann, vind og ferskvannstilførsel fra elver påvirker kjemiske og fysiske parameter i området til en hver tid, og gjør dermed slike målinger mest representative for den aktuelle situasjonen målingene er utført.

Numeriske simuleringsprogrammer er velegnet til studier av dynamiske forhold fordi det gir muligheter for simulering av forskjellige tidsserier og situasjoner når man først har etablert en kalibrert modell. I denne rapporten er simuleringene av munningsområdene utført med dataprogrammet GEOSIM, ref /1/. Dette er en kvasi tredimensjonal geofysisk strømningsmodell som har vist seg å gi gode resultater bl. a. ved anvendelser på tidevannstrømmer i Trondheimsfjorden. Munningsområdets steinfyllinger og avløpssystemer er vurderet skjønnsmessig ut fra befaring i felt, og basert på generell kunnskap om hydraulikk.

4. STEINFYLLINGER OG KULVERTER

Vurderingene av steinfyllinger og kulverter ble utført ved befarings 17. juni 1999, i tidsrommet fra 9⁰⁰ til 15⁰⁰. Befaringene var basert på kart fra Fylkesmannen hvor alle registrerte utslipp fra rør/kulverter var inntegnet, ref /4/. Befaringen startet på fjære sjø, ref./5/, i de nedre deler av Figga, dvs fra ca 50 m ovenfor E6 og ned til sjøen, inklusive kulverter i elva og strandsonen. Videre ble området fra småbåthavna til utløpet av Figga befart med Fylkesmannens jolle. Vi kjørte også med båten opp Steinkjerelva til jernbanebrua. Fra jernbanebrua og ca 300 meter videre oppover foregikk befaringsen til fots på nordre bredd. Byaelva og Ogna ble ikke vurdert, men Byafossen ble betraktet fra industritomta og veien. Byafossen, Byaelva og Ogna er for øvrig ikke med i de følgende betraktninger.

Et spesielt trekk ved Steinkjerelva er at den renner gjennom et urbant område med menneskeskapte konstruksjoner. Avløpssystemet i Steinkjer har vært gjenstand for omfattende renovering de siste årene, og det er tvilsomt om det finnes en 100 % oversikt over hvilke utslipp som i dag er relevante. Uansett er det et betydelig antall kulverter som munner ut i Steinkjerelvas nedre del. Det kan nevnes at det i overløpskummer i nedre del av elva registreres inntrenging av saltvann ved flo sjø, ref. pers. meddelelse fra Dag Ystad, Steinkjer Kommune. Med andre ord er det totalt sett et omfattende og uoversiktlig system. Ystad hadde likevel aldri hørt om noen som har observert fisk i avløpssystemet. Det forutsettes at det allerede er skaffet en oversikt over det nye avløpssystemet fra sentrum til Figga, og at dette ikke kan skjule infisert fisk.

Fordi habitattilbudet for fisk er variert antas det at kulvertene til vanlig ikke er noe attraktivt habitat for laks og ørretunger, men at de kan danne et refugium for fisken i de tilfeller de blir eksponert for fysisk eller kjemisk påvirkning. Fisken vil i et visst omfang søke seg vekk fra rotenonholdig vann, ref /3/, og da kan en kulvert være et godt skjul. Det antas videre at en bevisst og omfattende rømming inn i byens kloakksystem ikke er trolig, men at enkelttilfeller kan forekomme. Dersom en kulvert fører overflatevann under en behandlingssituasjon er det trolig at man får problemer med innblanding av rotenon innover i røret. Rotenon vil i dette tilfellet spres innover i røret ved diffusjon og turbulens, eller vanninntrenging pga fløende sjø. I motsatt retning virker avløpsvannets bevegelse ut av røret. Størrelsen av disse faktorene avgjør om rotenon vil transporteres innover i kulverten. Slik sett er det en fare for at fisk kan gjemme seg inne i røret, særlig ved stor vannføring i røret. Vannhastigheten ut av et neddykket (fylt) rør, med en diameter lik 0,4 m, vil med en vannføring på 3 l/s eksempelvis være 2.4 cm/s. Da ser vi bort fra tidevannspåvirkning. Hastigheten vil øke/minke lineært med vannføringen. Selv om regneeksempelet kan virke udramatisk, må man også ta med i betraktningen at det blir mindre mulighet for rotenoninnblanding jo lengre inn i kulverten man kommer. Fisken vil antakelig ha større mulighet for å gjemme seg dersom røret har lite fall og stor diameter, da dette gir en lenger strekning med neddykket rør. Rør som ved fjære sjø ikke er neddykket under behandlingen er ikke aktuelle hjemmeplasser for fisk, og dersom de heller ikke fører vann vil det ved fløende sjø trenge rotenonholdig vann inn i røret, noe som ikke tillater flyktende fisk å overleve der inne. Rørets lokalitet er mao. avgjørende for inntrengning av rotenonholdig vann.

Steinfyllinger vil normalt være egnet ungfiskhabitat, antakelig mest aktuelt for litt større laksunger. Fra f.eks. Nidelva er det kjent at det er gode tettheter med særlig 1+ (og større) laksunger rundt og i steinforbygningene. Selv om storparten av steinfyllingene i Steinkjerelva befinner seg i den tidevannsregulerte delen av elva, må det antas at det finnes signifikante mengder ungfisk i nærheten av steinfyllingene. Dersom fisk søker tilhold i fyllingene i forbindelse med en rotenonbehandling vil det være avgjørende om man kan finne ut om fisken i

løpet av en slik behandling blir utsatt for en letal dose av giftstoffet. For å gi eksakte svar på dette, må man utarbeide en fysisk eller numerisk modell, og deretter gjøre de nødvendige forsøk. Dette er kostbart, og vil antakelig ikke være formålstjenlig ressursbruk. Alternativt må man utføre fysiske forsøk med sporstoff e.l. Det er uansett viktig å få avslørt problemområdene. Steinfyllingenes struktur innover i vanndekte områder vil, sammen med andre faktorer, avgjøre hvor god vannutskifting man kan få. Steinfyllinger som er i kontakt med sterkt strømmende ellevann, slik som yttersvingsforbygninger, vil få den beste utskiftingen av vann, noe som innebærer at rotenon vil ha anledning til blande seg inn, forutsatt at behandlingen foregår over en lengre periode. En bedre innblanding ved kontakt med sterkt strømmende vann kommer som følge av større turbulens og vanntrykksvariasjoner. Manuell tilsetning av rotenon langs land over en kort periode vil være sterkt utsatt for bortvasking, noe som ikke sikrer innblanding dypere inn i fyllingen. I områder med lite strøm, bølger eller tidevann, vil utskiftingen av vann i forbygningen generelt bli dårlig, tilsvarende stillestående vann i elva for øvrig.

Det er lange strekninger med steinfyllinger, samt en del avløpskulverter, i området fra småbåthavna og helt bort til Figgas utløp. Kulverter som munner ut i dette fjordområdet antas å ikke representere noe større attraksjon som gjemmested for fisk enn steinfyllingene i de samme områdene, med mindre fisken oppholder seg i rørene til vanlig. Vi har ingen formening om det normalt finnes fisk i disse områdene, men dersom man antar dette, og ønsker å forgifte fisken med rotenon, må dette sannsynligvis utføres manuelt. Simuleringene som er beskrevet i kapittel 5 viser at det i havneområdets steinfyllinger stedvis blir liten eller ingen dosering av rotenon fra behandlingen av elvene. Tidspunktet for separat behandling av strendene må vurderes på lik linje med andre spesielle lokaliteter.

Fordi man ikke ønsker at fisk skal gjemme seg i steinfyllingene og avløpsrør/kulverter er det viktig å gjøre disse lite attraktive allerede før en eventuell rotenonsky kommer ned til områdene der disse konstruksjonene finnes. Slik sett kan det virke logisk å starte en eventuell behandling nederst, med fokus på steinfyllinger, kaianlegg og kulverter, samt ha en kontinuerlig dosering nær elvemunningen allerede fra starten. Dette vil antakelig bidra til at ikke munningsområdet blir et "friorråde" for flyktende eller halvdød fisk.

5. NUMERISK MODELLERING AV MUNNINGSOMRÅDET

5.1 Modellbeskrivelse

Den numeriske strømmodellen GEOSIM er kort beskrevet i vedlegg, og en mer inngående beskrivelse er gitt i ref /1/ og ref /2/. I dette tilfellet er det benyttet to skalarligninger, en for turbulent kinetisk energi k og en for avvik i ferskvannsinhold, F' . I modellbeskrivelsen er inkludert virkningen av vind som drivkraft, men vind er ikke inkludert i de beregningene som er gjort her.

Ferskvannsinholdet er målt i promille og er definert som $F = 34 - S$, der S er saltholdigheten og 34 er referansesaltholdigheten til sjøvann. Siden de øvre lag av Beitstadfjorden består av brakkvann, er det riktig å bruke en referansesaltholdighet som er mindre enn 34 promille. På grunnlag av målinger ref /7/ er det valgt en referansesaltholdighet på 26 promille. Dette tilsvarer et referanse ferskvannsinhold på $F_0 = 8$ promille. I modellen er det av praktiske årsaker løst en ligning for *avviket* fra referanse ferskvannsinhold, F' , definert som $F' = F - F_0 = F - 8$. Beregnet F' kan omregnes til saltholdighet med uttrykket $S = 26 - F'$.

I spredningsberegningene er det benyttet en *random walk* partikkelmodell, som er integrert i strømningsmodellen. Et kontinuerlig utslipp på et sted simuleres ved å introdusere en eller flere partikler på stedet, f. eks. hvert minutt. For hvert tidsskritt flyttes disse partiklene med den lokale strømhastigheten en strekning som bestemmes av uttrykket

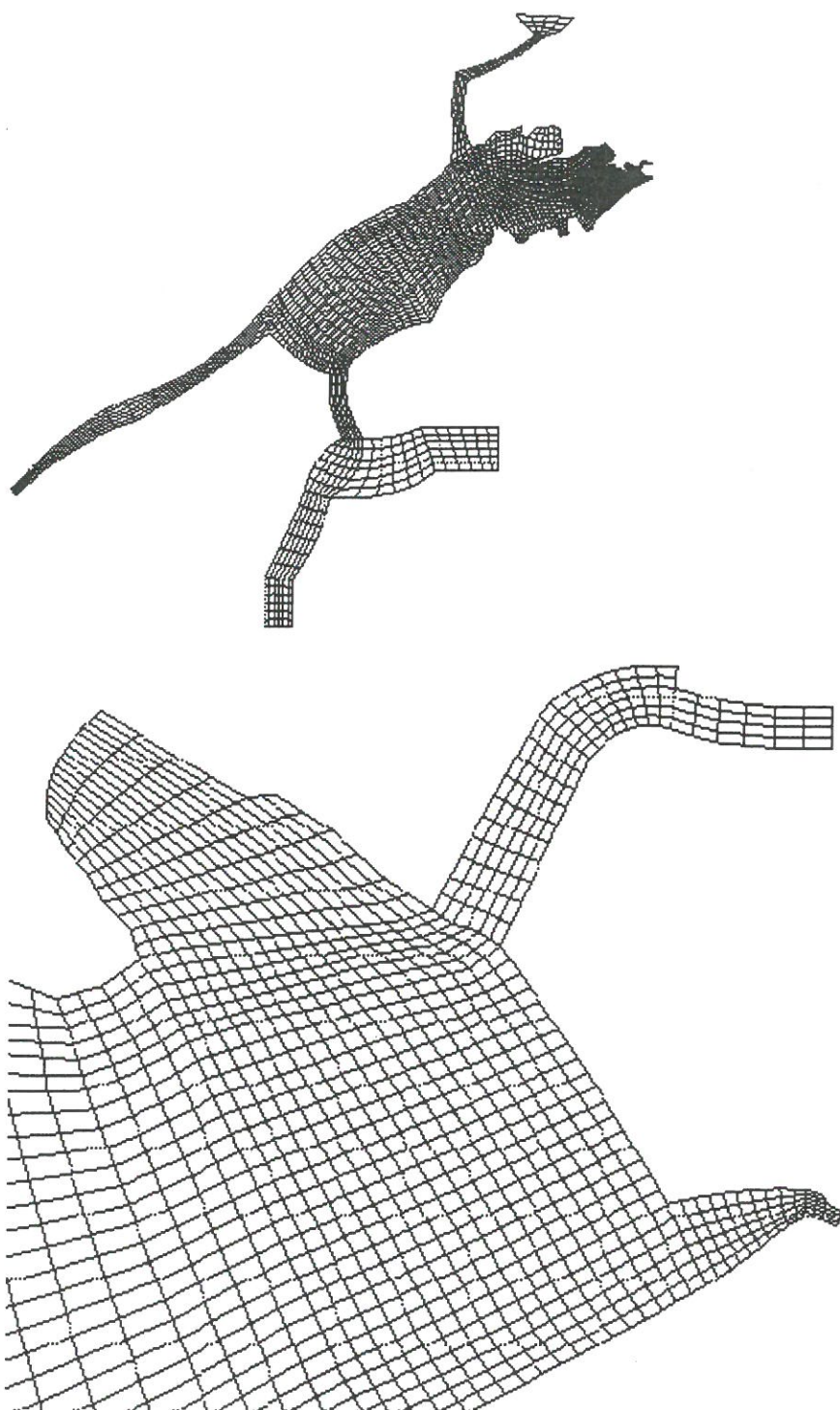
$$x_p^{n+1} = x_p^n + u_p^n \Delta t + Z_1 \sqrt{6A_h^* \Delta t}, \quad y_p^{n+1} = y_p^n + v_p^n \Delta t + Z_2 \sqrt{6A_h^* \Delta t}, \quad z_p^{n+1} = z_p^n + w_p^n \Delta t + Z_3 \sqrt{6A_v^n \Delta t}.$$

Her er x_p^{n+1} ny x -posisjon til partikkel p ved tiden $n+1$ og x_p^n er siste x -posisjon, ved tiden n . Det neste leddet representerer den strekningen partikkelen forflytter seg med middelstrømmen langs x -aksen (beregnet x -komponent av strømhastigheten på stedet er u_p^n) i løpet av et tidssteg Δt . Leddet med rottegnet representerer "random walk" bevegelsen, dvs. turbulent dispersjon, i x -retningen. Z_1 er tilfeldig tall i intervallet -1 til 1 med forventningsverdi 0 , og faktoren med rottegnet er karakteristisk størrelse på denne tilfeldige bevegelsen. Diffusiviteten horisontalt, A_h^* er konstant og kan velges forskjellig fra diffusiviteten A_h i strømningsmodellen. Det er tilsvarende uttrykk for bevegelsen langs de to andre hovedretningene der det beregnes ny posisjon y_p^{n+1} og z_p^{n+1} . Diffusiviteten vertikalt A_v er variabel og den lokale verdien A_{vp}^n av denne hentes fra strømningsmodellen.

Område, elementnett

I denne anvendelsen av modellen er det brukt 12 lag i vertikalretningen. De seks øverste lagene, som ligger fra 3 m dybde til overflaten, er horisontale. Tykkelsen av det øverste laget er 0,15 m, det neste er 0,21 m, etc. Denne fine inndelingen er gjort for å få god oppløsning av elvestrålene i munningsområdene. For større dyp enn 3 m er det brukt såkalte sigma-koordinater, det vil si at avstanden mellom -3 m flaten og bunnen er delt inn i 6 lag etter et spesifisert sett med forholdstall. Dette gir grov oppløsning i de dype partiene, men dette har mindre betydning etter som vi fokuserer på de øvre lag og grunne områder.

På grunnlag av digitale landkontur- og dybdedata fra Statens kartverk, sjøkartverket (med omtrent samme innhold som sjøkart nummer 131) er det generert et elementnett som omfatter hele Beitstadfjorden og strekker seg til et stykke sør for Skarnsundet. Nettet er gjort grovmasket i de perifere områdene og detaljert i munningsområdene, jfr Figur 5.1. Steinkjerelva er tatt med til Steinkjerholmen og Figga til området ved Jernbanebrua. Elementnettet har 4025 knutepunkt (noder) og 3744 element.



Figur 5.1: Elementnett for Beitstadfjorden. Hele nettet (øverst) og detalj fra munningsområdet (nederst). Antall noder er 4025.

5.2 Kalibrering og forutsetninger

Modellparametere

Det er benyttet "standard" parameterverdier for k -ligningen og turbulensmodellen. Ruhetsparameteren for bunnen er satt til $z_0 = 0.02$ m. Denne verdien er benyttet i tidligere simuleringer av tidevann i Trondheimsfjorden og har gitt godt samsvar mellom beregnet og målt tidevann. Det samme gjelder for verdien av den horisontale blandingskoeffisienten som er satt til $A_h = 2$ m²/s. Modellen har vist seg å være lite følsom for variasjoner i disse verdiene.

Overnevnte parametere gjelder strømningsmodellen. I "random walk" partikkelmodellen som er brukt for å beregne utbredelse av rotenon brukes diffusiviteten til å beregne størrelsen av den tilfeldige forflytningen som representerer turbulent dispersjon. For et avgrenset område som elvene og elveosene vil $A_h = 2$ m²/s gi en alt for stor og urealistisk turbulent blanding. Her er det i stedet benyttet en koeffisient beregnet fra uttrykket $A_h^* = 0,4Hu^*$, ref/6/ side 252. Med typisk dybde $H \sim 7$ m gir dette gir verdier på henholdsvis $A_h^* = 0,04$ m²/s og $A_h^* = 0,02$ m²/s for de to tilfellene med "høy" (60 m³/s) og "lav" (30 m³/s) vannføring i Steinkjerelva. Disse verdiene er brukt i simuleringene.

Modellen er kjørt med tidssteg på $\Delta t = 20$ sekunder. Valget av tidssteg har ikke så stor betydning for resultatet eller nøyaktigheten, men tidssteget kan ikke være for langt av hensyn til den numeriske stabiliteten.

Grensebetingelser

Langs ytre rand sør for Skarnsundet er det spesifisert en vannstandsvariasjon med amplitude $a = 0,8$ m og periode $T = 12$ timer. Dette er representativt for tidevannet på torsdag uke 30 år 2000 ref /5/) som er sannsynlig tidspunkt for rotenonbehandling.

Langs ytre rand i begge elvene er det spesifisert et avvik i ferskvannsinhold i forhold til resipienten (Beitstadfjorden) på $F' = 26$ promille. Videre er det spesifisert konstant hastighet i elvas retning, med verdi avhengig av hvilken vannføring som ønskes.

5.3 Modellerte situasjoner

Strømningsmessig er det gjort beregninger for to forskjellige kombinasjoner av vannføring i elvene. Case 1 og Case 3 har "høy" vannføring med 60 m³/s i Steinkjerelva og 5 m³/s i Figga, mens Case 2 og Case 4 har "lav" vannføring med 30 m³/s i Steinkjerelva og 3 m³/s i Figga. Alle case har samme forløp av tidevannet.

Det er simulert to forskjellige strategier for tilsetting av rotenon. I Case 1 og Case 2 begynner tilførselen av rotenon i nedre del av elvene *en time etter høyvann* og i Case 2 og Case 3 begynner tilførselen av rotenon *en time etter lavvann*. Alle case har dosering på samme sted, i samme mengde, og med samme varighet av doseringen på 8 timer.

5.4 Resultater

Hydrauliske forhold

De hydrauliske forholdene i munningsområdet er preget av en saltvannskile som går oppover langs bunnen av elva og en fersk overflatestråle som brer seg utover i resipienten. Dette er illustrert i Figur 5.2 og 5.3 som viser ferskvannssinnhold F' og strømning i overflate- og bunnlaget for henholdsvis "høy" og "lav" vannføring i Steinkjerelva. Avstanden mellom konturlinjene for F' er på 2,6 promille.

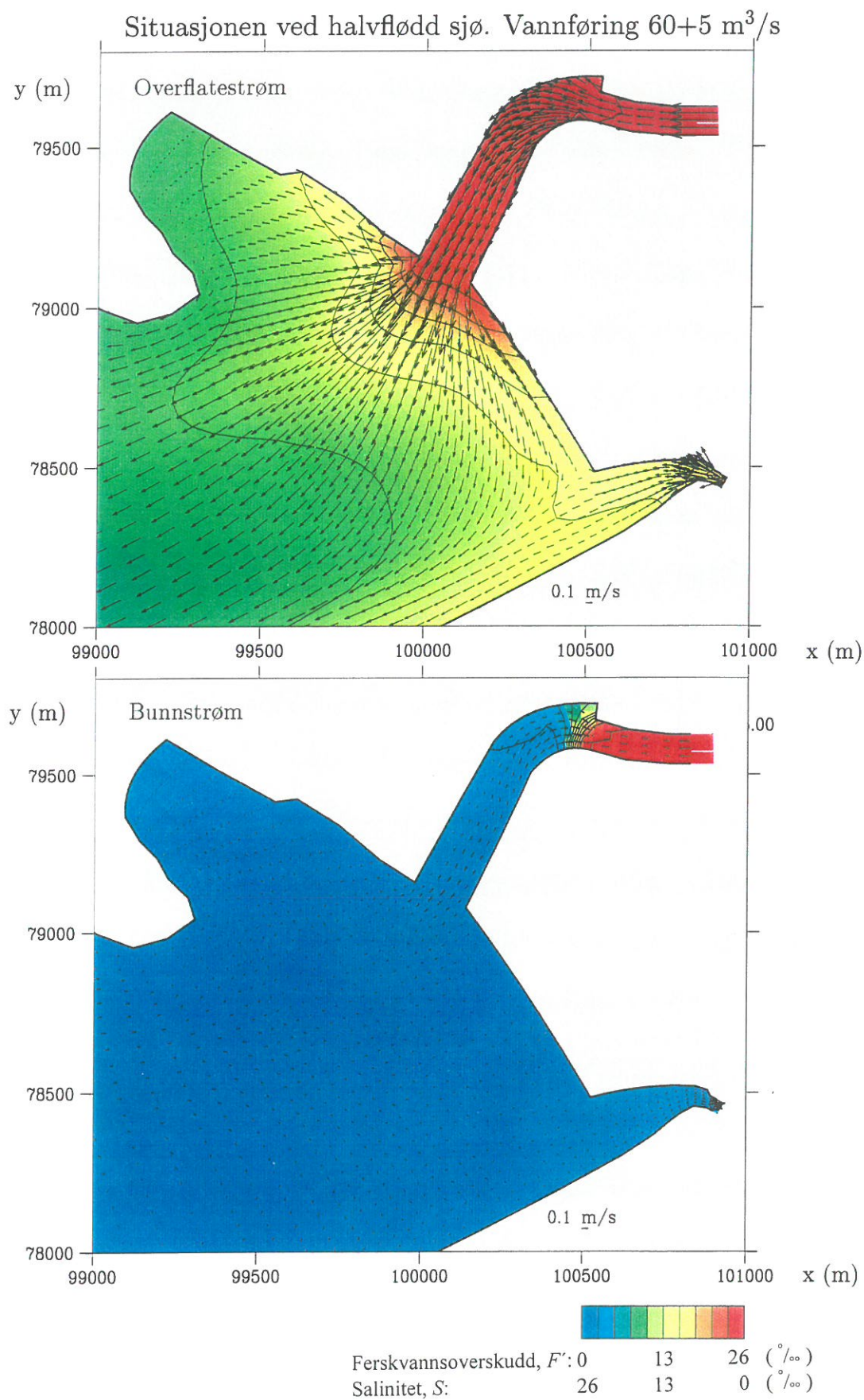
I tilfellet med størst vannføring (Figur 5.2) har overflatestrømmen en fart på ca 0,6 m/s og brer seg tilnærmet radielt ut fra oset av Steinkjerelva. Saliniteten i overflaten i oset er på ca 2 promille ($F' = 24$) men tiltar raskt utover fra oset til ca 18 ($F' = 8$) i nedre venstre hjørne av plottet, ca 1,5 km unna. Det er vist isolinjer for hver 2,6 promille både for F' og S , som angitt i figuren. Ved bunnen er vannet mye saltare med en salinitet på ca 25 promille ($F' = 1$) og det går en strøm på vel 0,1 m/s oppover elva. På høyde med brua er det en skarp overgang til ferskt vann som indikerer at tåa på saltvannskilen ligger her. Ferskvannsstrålen fra Figga presses mot sør og beveger seg langs land der den gir forholdsvis ferskt vann.

I tilfellet med minst vannføring (Figur 5.3) er overflatestrømmen og ferskvannsutbredelsen lavere enn i tilfellet med høyere vannføring. Spesielt langs land sør for Figga er ferskvannssinnholdet vesentlig lavere. Saltkilen går lenger opp i Steinkjerelva. Dette er rimelig fordi saltkilen drives oppover elva med tyngden men holdes igjen med friksjon fra den overliggende elvestrømmen. Stor vannføring i elva gir større friksjon dermed brattere – og kortere – saltkile enn lav vannføring.

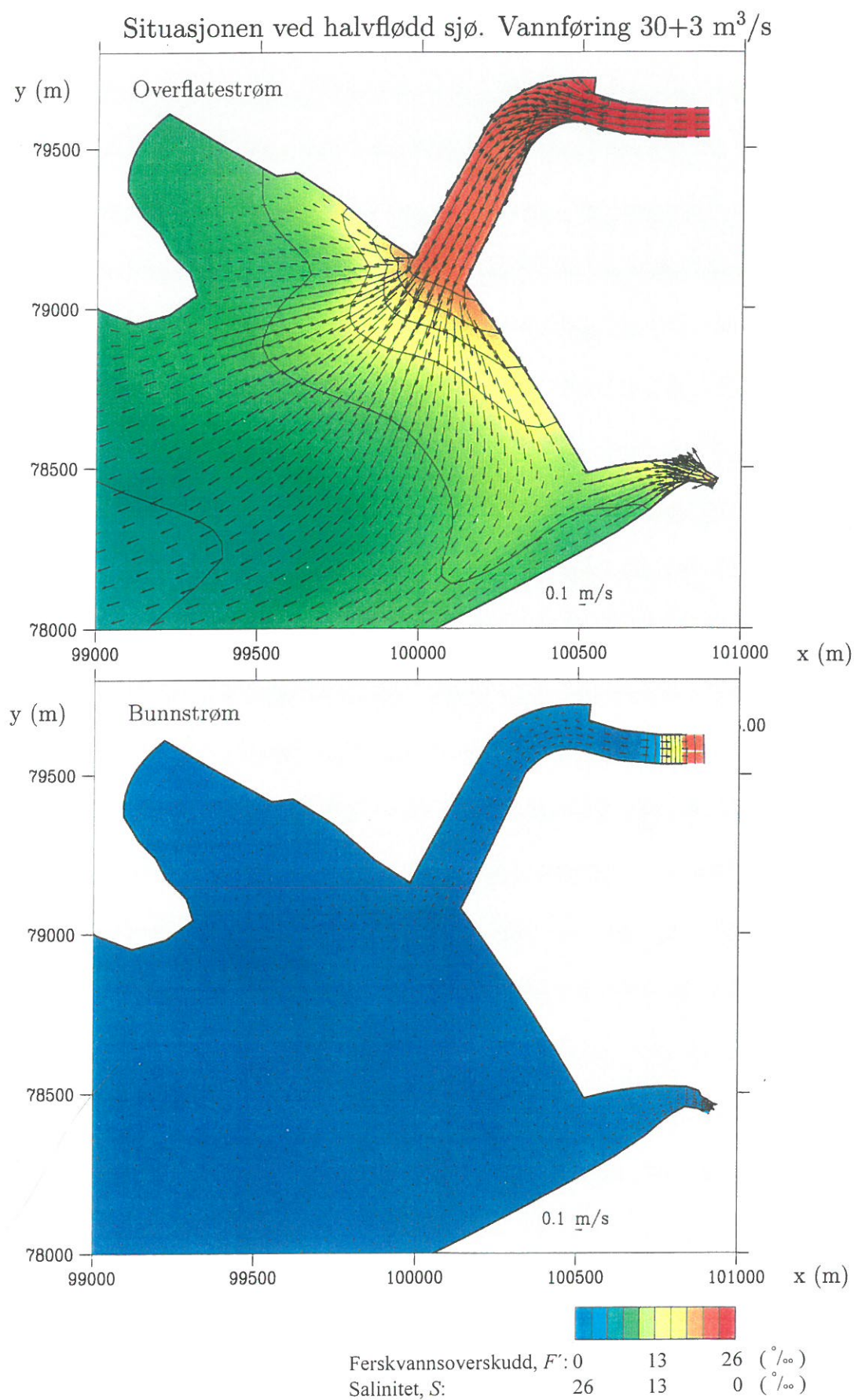
Figur 5.4 viser beregnede vertikalprofiler av ferskvannsoverskuddet F' og hastighetskomponenten i S-N retning u for tre forskjellige punkt langs midtlinjen av Steinkjerelva, KV1, KV2 og KV3, for situasjonen med høyest vannføring. Figur 5.5 viser tilsvarende for situasjonen med lavest vannføring. Det er vist profiler for fire forskjellige tidevannsfaser. Det framgår at det ferske laget på toppen beveger seg opp og ned (i vertikalretningen) med tidevannet. Tykkelsen av det ferske laget er litt over 3 m ved lavvann og litt større ved høyvann. Oppe i elva er ferskvannssinnholdet i overflaten er beregnet å være 2 – 3 promille større ved lavvann enn ved høyvann, ved stor vannføring. Ved liten vannføring er forholdet motsatt, med litt ferskere overflatevann ved høyvann enn ved lavvann. I plottet er det også vist målte verdier midt i oset, fra måleunkt 7 i ref /8/. De målte verdiene er omregnet fra salinitet til F' . Beregningene viser i grove trekk samme forløp og verdier som målingene for tilfellet med størst vannføring.

Overflatestrømmen er litt sterkere på fallende sjø enn på stigende sjø, men virkningen av tidevannet er relativt liten. I oset (KV2) er strømfarten 0,63 m/s ved den største vannføringen og 0,49 m/s ved den minste vannføringen. Returstrømmen oppover elva har maksimal fart omtrent i samme dybde som sprangsjiktet. Denne returstrømmen er naturlig nok kraftigere på stigende sjø enn på synkende (henholdsvis $u \sim 0,14$ m/s og $u \sim 0,11$ m/s).

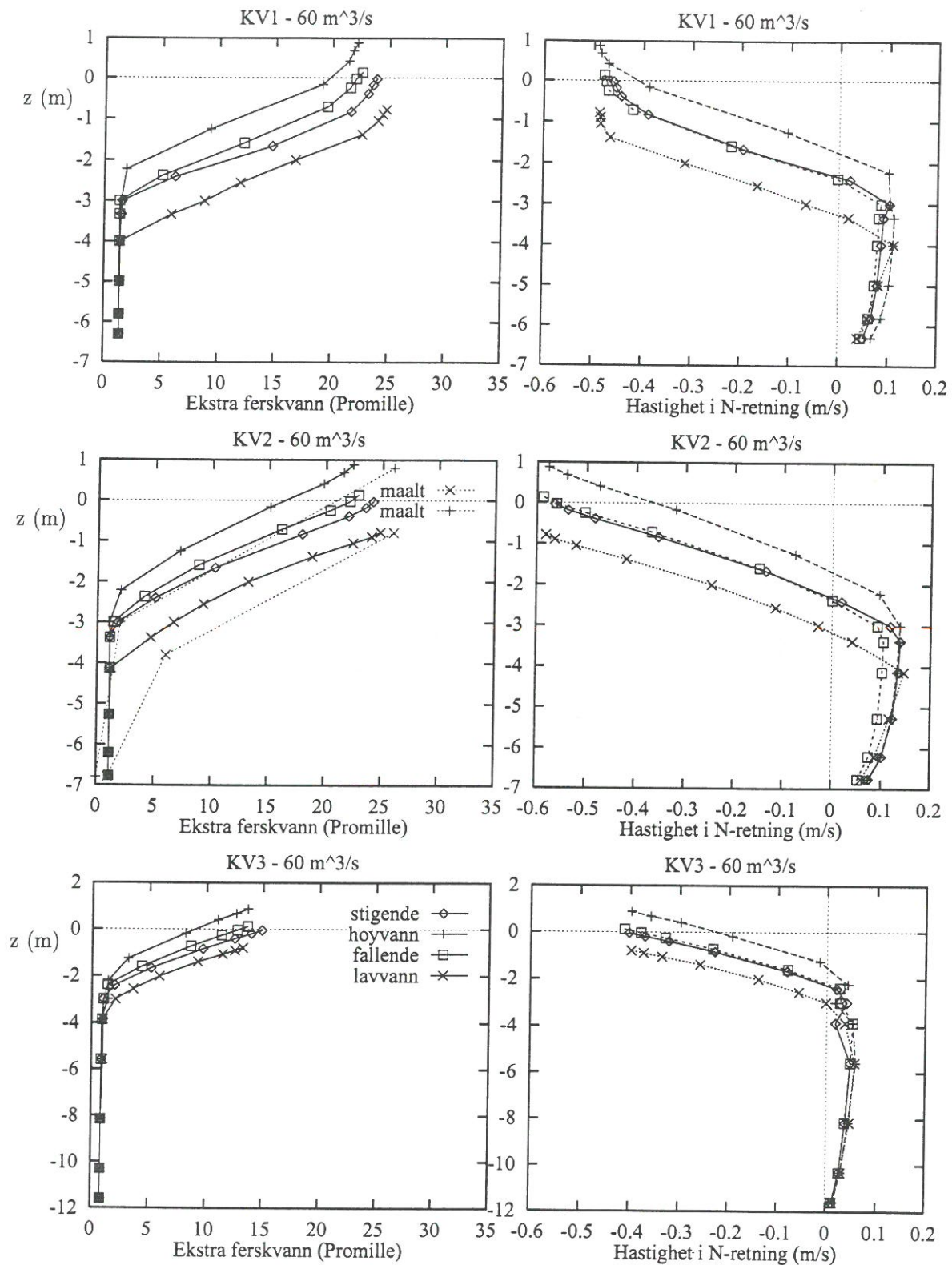
Figur 5.5 har samme innhold som Figur 5.4, men er tatt fra simuleringen med lavest vannføring. Ferskvannslaget er ca 2 m tykt og dermed vesentlig tynnere enn for tilfellet med større vannføring. Den vertikale ferskvannsgradienten er skarpere, dvs det er mindre blanding.



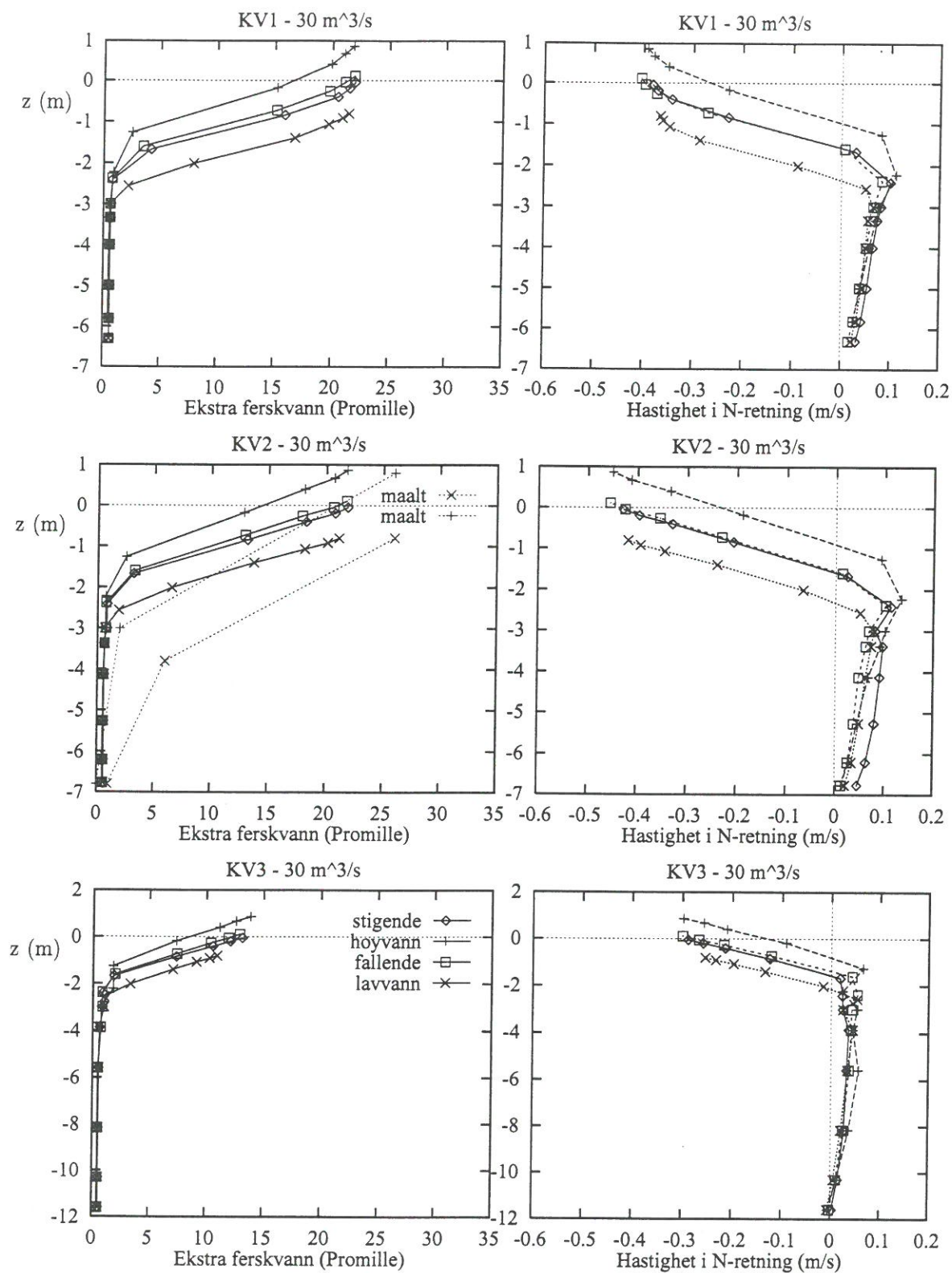
Figur 5.2: Beregnet ferskvannsoverskudd F' og strøm ved Steinkjer. Konturer for hver 2,6 promille. Vannføring: 60 m³/s i Steinkjerelva og 5 m³/s i Figga.



Figur 5.3: Som Figur 5.2, men med lavere vannføring (30 m³/s) i Steinkjerelva.



Figur 5.4: Vertikalprofiler av ferskvannsoverskudd F' (til venstre) og strøm i S-N retning v (til høyre) for. KV1: 300 m oppe i Steinkjerelva, KV2: midt i munningen, KV3: 300 m utenfor munningen. Målinger fra punkt 7 (KV2), ref /8/. Tidevannsfaser som angitt. Vannføring: $60 \text{ m}^3/\text{s}$.



Figur 5.5: Som Figur 5.4, men med vannføring $30 \text{ m}^3/\text{s}$.

Spredningsberegninger

En kontinuerlig tilførsel av rotenon i Steinkjerelva er simulert ved å tilføre partikler i 7 posisjoner tversover elva for hvert tredje tidssteg, dvs en gang i minuttet. Partikler slippes i både 0,25 m og 0,75 m dybde for hver posisjon slik at det til sammen introduseres 14 partikler hvert minutt. Med vannføring 60 m³/s gir dette en referansekonsentrasjon av partikler på $C_0 = 0.0039$ partikler/m³. Med vannføring 30 m³/s blir konsentrasjonen dobbelt så stor, dvs $C_0 = 0.0078$ partikler/m³.

Det er også simulert tilførsel av stoff i et punkt nær venstre bredd der elva retter seg ut etter siste sving til venstre, nedenfor brua. Her er det sluppet 3 partikler hvert minutt, i 0,5, 1,5 og 2,5 m dybde.

Doseringen i Figga er simulert med å slippe to partikler midt i elva, i 0,25 m og 0,75 m dybde, hvert minutt. Her gir 5 m³/s vannføring gir en referansekonsentrasjon på $C_0 = 0.0067$ partikler/m³ mens 3 m³/s vannføring gir $C_0 = 0.011$.

Det oppsto et problem med "stranding" av partikler langs høyre bredd i Steinkjerelva der den gjør sin siste sving mot venstre før den rette strekningen mot utløpet. Det kan være realistisk at partikkelskya presses mot land her, men det representerer et praktisk problem med at mange partikler forsvinner fra beregningen. For å unngå dette flyttes alle partikler som havner på land 7 m mot sørøst slik at de forhåpentligvis havner i strømmen igjen. (Dette medfører at partikler som måtte havne på land andre steder også blir flyttet mot sørøst, eventuelt innover land.)

Resultatene er presentert i form av av partikkelskyer ved slutten av 8 timer dosering i Figur 5.6 – 5.9 for Case 1 - 4. Her er alle partiklene fra bunn til overflate vist. Partikler som er sluppet oppe i Steinkjerelva er vist med blått, partikler som er sluppet i nederste del av Steinkjerelva er vist med rødt, og partikler fra Figga er vist med grønt. Kontrollvolum KV1, KV2 og KV3 er inntegnet.

Konsentrasjonen langs breddene er høyere enn midt i Steinkjerelva. Selv om konsentrasjonen er høy langs høyre side av elva, er det beregnet forholdsvis lav spredning fra utløpet og nordover langs Nordsileiret. Her er det beregnet lite partikler for alle case. (Det er mulig at dette kan skyldes unøyaktigheter i modellen, fordi hjørnet ved lykta ikke er like skarpt i virkeligheten som i modellen eller fordi elementnettet er relativt uregelmessig i dette området.) Hvis man skal tro beregningene, ser det imidlertid ut som det kan være nødvendig med ekstra tilførsel av stoff langs land fra hjørnet ved fyrlykta og nordover. På venstre side av utløpet, langs Sørsileiret, ser det ut som skyen følger land bedre. Det er først og fremst dosen fra det nedre utslippet i elva (rødt) som tar veien hit. Noe av dette tar også veien oppover elva. Dette er ventet, fordi deler av utslippet er så dypt at partiklene kommer ned i den salte returstrømmen som går oppover elva.

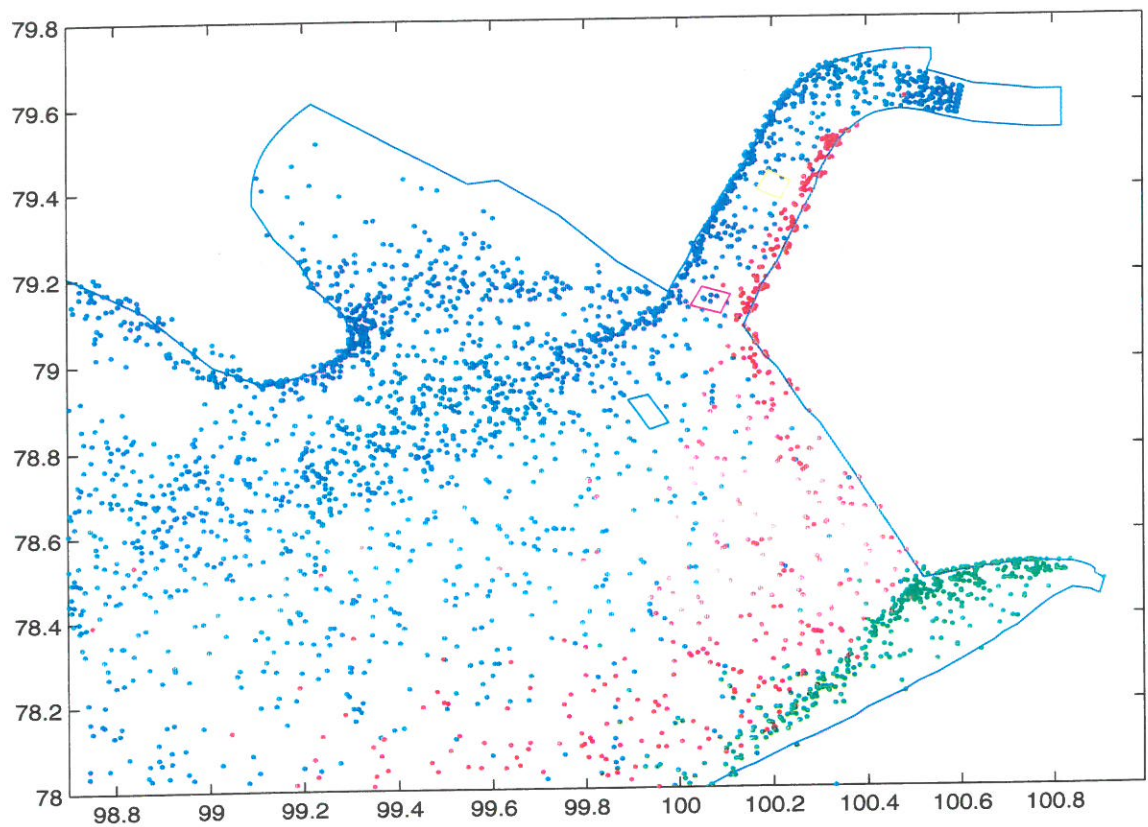
Det er en viss sannsynlighet for at beregnet konsentrasjonen av partikler langs høyre bredd er urealistisk høy på grunn av de forholdene som er nevnt (dvs at partikler strander og settes tilbake i strømmen) og at skyen skulle vært jevnere fordelt over bredden på elva. Hvis så er tilfelle, skulle også fordelingen i resipienten fra oset og utover vært jevnere fordelt i vifteform og med mindre utpreget stråle slik som vist i Figur 5.6 – 5.9. Dette forholdet tilsier at spredningen langs Nordsileiret vil bli enda lavere i virkeligheten enn det som er beregnet.

Vannet og partiklene fra Figga presses mot land av ferskvannstrålen fra Steinkjerelva, og følger sørbredden av fjorden utover. Det kan se ut som det er dårlig spredning langs venstre bredd i utløpet, men dette er neppe reelt, fordi terrengmodellen er urealistisk her. Det våte arealet i

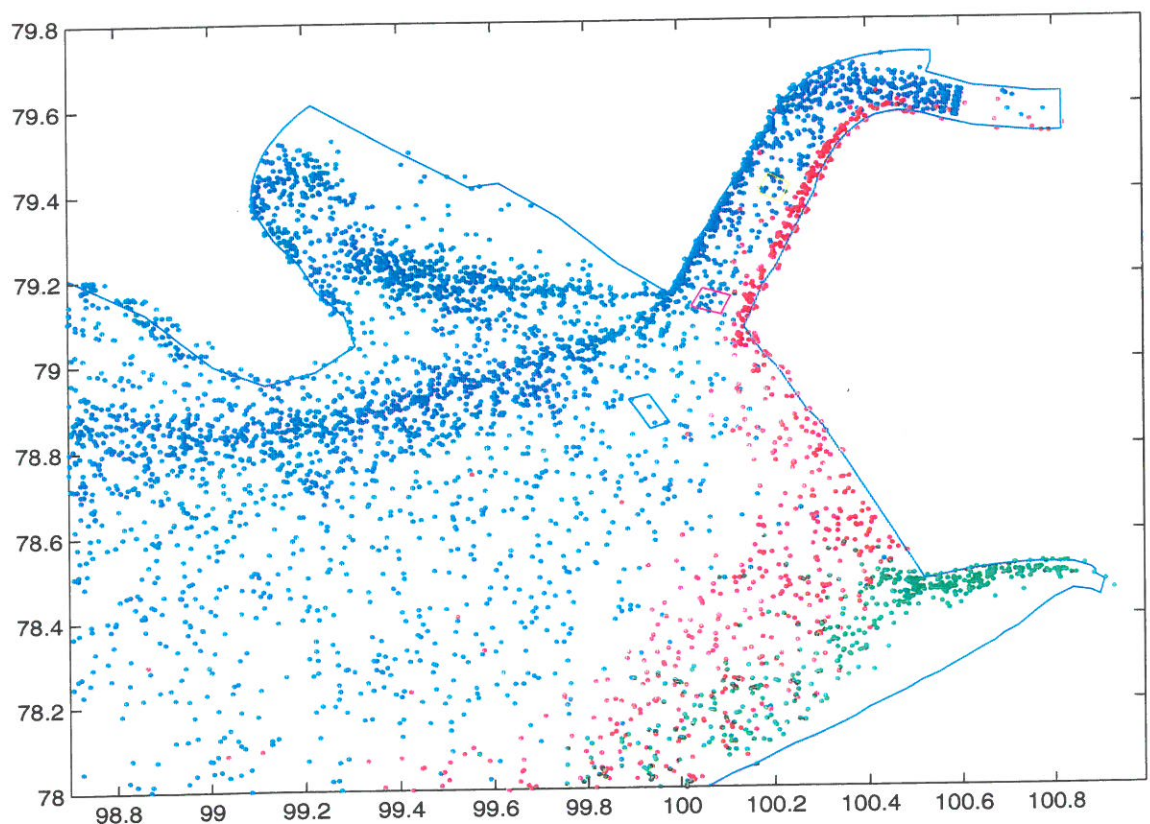
modellen representerer flo sjø. I realiteten vil elveutløpet være mye smalere enn det som er vist, og utbredelsen av skyen mer fullstendig.

I planleggingen av simuleringene ble det diskutert om man skulle simulere et dypt utslipp helt nede ved oset i Steinkjerelva slik at det skjedde en utbredelse av rotenon oppover elva med returstrømmen. Dette ble vurdert som unødvendig, fordi dette stoffet ville oppholde seg i det salte vannet der det ville gjøre liten nytte for seg. Det ville i liten grad passere gjennom tetthetsspranget og opp til det ferske vannet over, unntatt framme i tåa av saltvannskilen der det er større blanding.

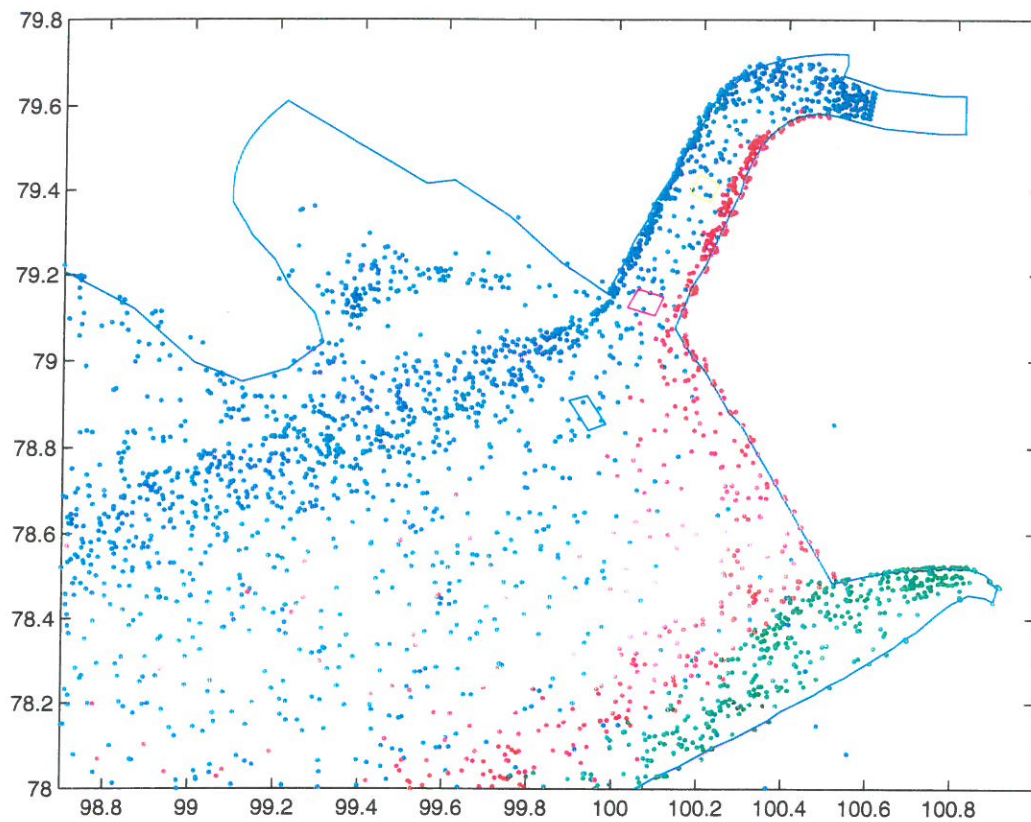
Figur 5.10 viser den totale utbredelsen i fjorden for de fire tilfellene. Skyen brer seg lengst ut i fjorden i Case 1 og Case 3, ved størst vannføring. Start av dosering en time etter fjære (Case 3 og Case 4) gjør at skyen når litt lenger etter 8 timer enn ved start av dosering en time etter flo.



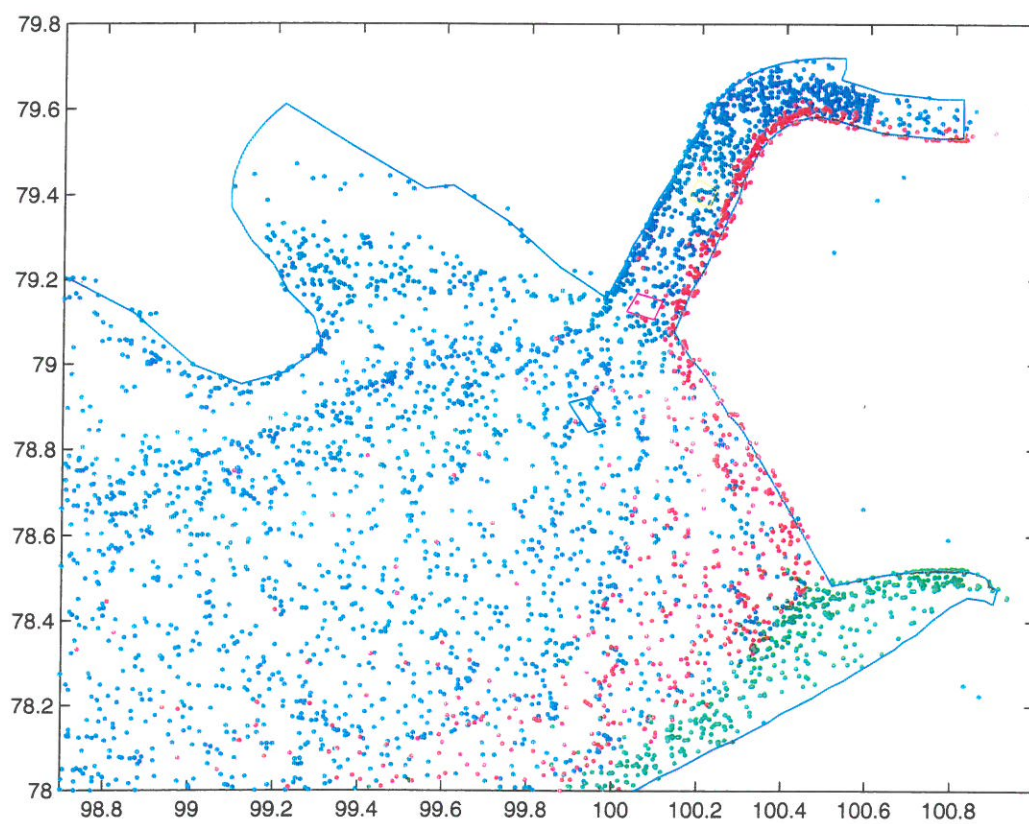
Figur 5.6: Spredning etter 8 timer. Case 1: $60+5 \text{ m}^3/\text{s}$, start av dosering 1 time etter høyvann.



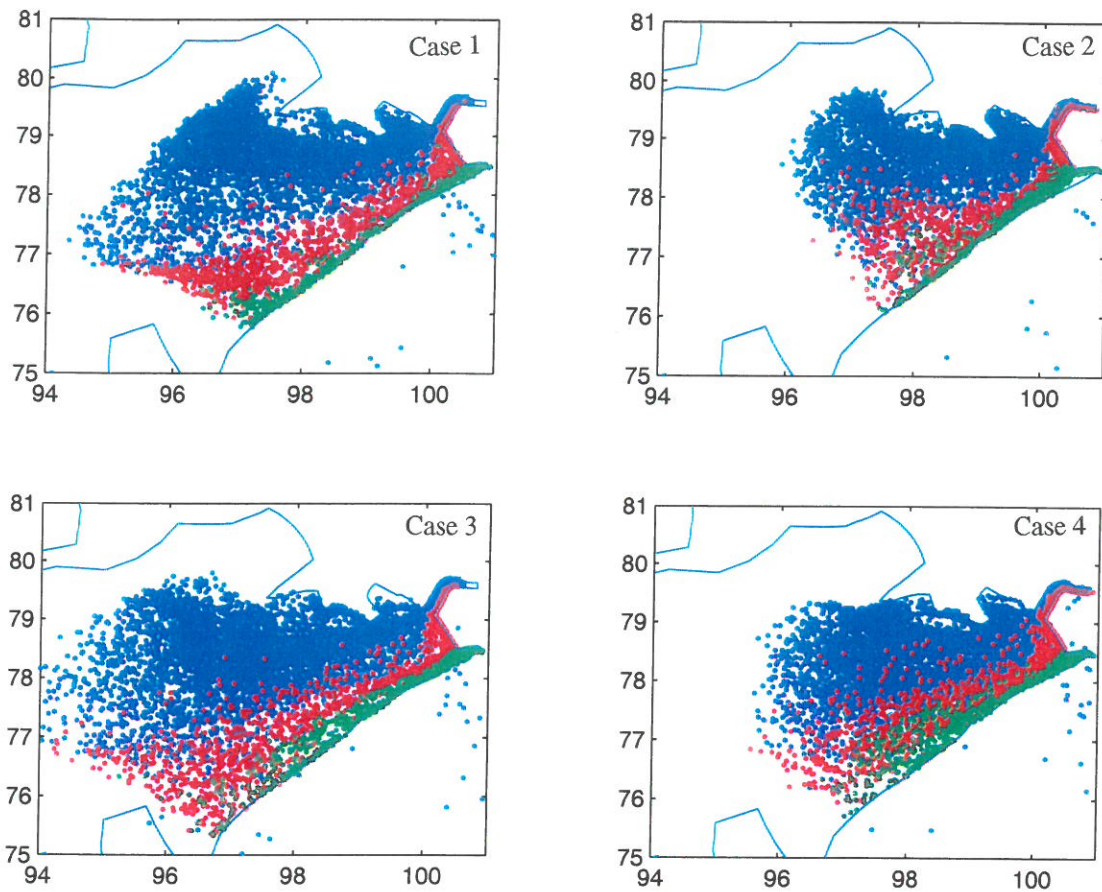
Figur 5.7: Spredning etter 8 timer. Case 2: $30+3 \text{ m}^3/\text{s}$, start av dosering 1 time etter høyvann.



Figur 5.8: Spredning etter 8 timer. Case 3: $60+5 \text{ m}^3/\text{s}$, start av dosering 1 time etter lavvann.



Figur 5.9: Spredning etter 8 timer. Case 4: $30+3 \text{ m}^3/\text{s}$, start av dosering 1 time etter lavvann.



Figur 5.10: Spredning i fjorden etter 8 timer. Case 1 - 4.

For å få et bedre inntrykk av den vertikale spredningen i vannet, og for å kunne gi et anslag av fortynningen, er det talt opp partikler i tre kontrollvolum: KV1 ligger 300 m opp i elva, KV2 ligger midt i utløpet (på samme sted som målepunkt 7, ref /8/) og KV3 ligger 300m rett ut for utløpet ca på linjen mellom KV1 og KV2. Horisontal utstrekning av kontrollvolumene er ca 3000 m² og de dekker ca 1/3 av bredden til elva.

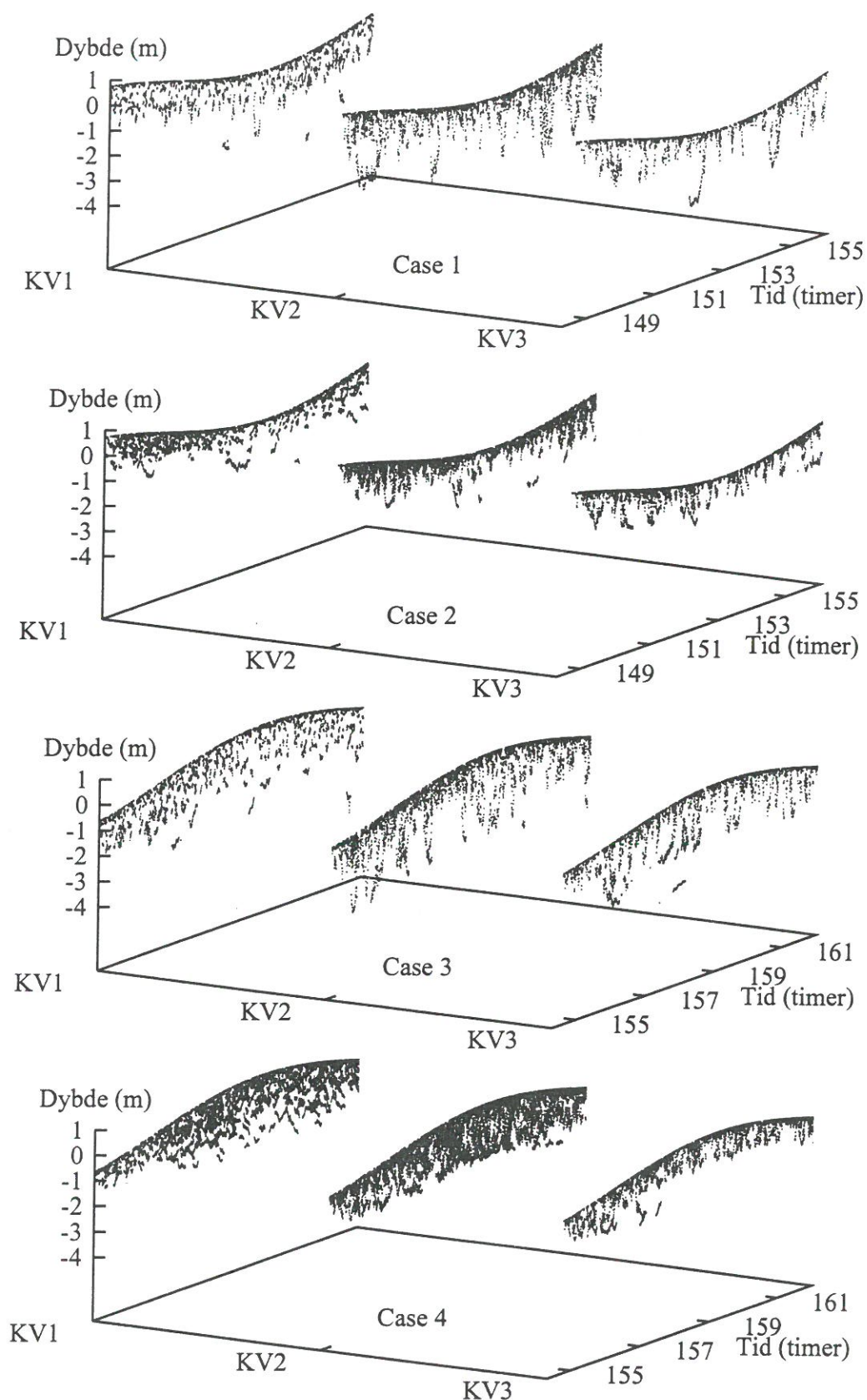
Figur 5.11 viser vertikal posisjon av partiklene innenfor hvert av de tre kontrollvolumene, som funksjon av tiden, for Case 1 – Case 4. Bølgeformen skyldes at partiklene beveger seg opp og ned med tidevannet.

Figur 5.12 – 5.15 viser kurver (tidsserier) for antall partikler innenfor hvert kontrollvolum som funksjon av tiden. Fordi antall partikler er relativt lavt, vil antall partikler innenfor hvert kontrollvolum fluktuere sterkt over tid. Kurvene er derfor glattet, og viser flytende middelverdi over 73 tidsskritt, dvs et intervall på ca 24 minutter. Kurvene viser at skyen først når KV1 (gul kurve), så KV2 (rød kurve) og til slutt KV3 (blå kurve). Partikkelkonsentrasjonen synes å være noe større ved høyvann enn ved lavvann.

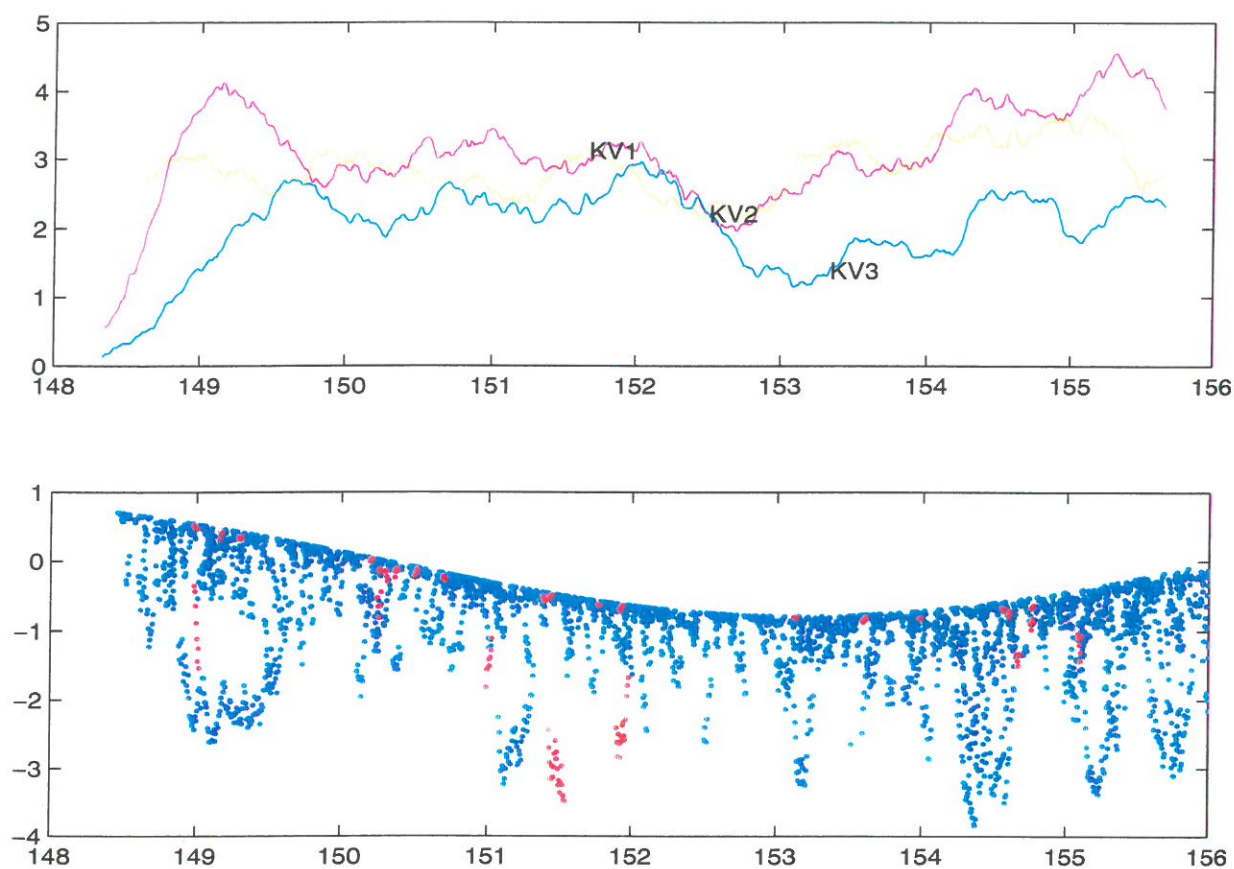
Det nederste plottet i disse figurene viser den vertikale posisjonen til partiklene som befinner seg i KV2 (elvemunningen) på hvert tidspunkt. Her er partikler som kommer fra det øverste utslippet vist med rødt og partikler fra det nederste utslippet vist med rødt. Spredningen i dybden er omtrent 3 m for tilfellene med størst vannføring (Case 1 og Case 3) og ca 2 m for de to andre

tilfellene. Plottene viser at konsentrasjonen er beregnet å være vesentlig høyere ved overflaten enn lenger ned.

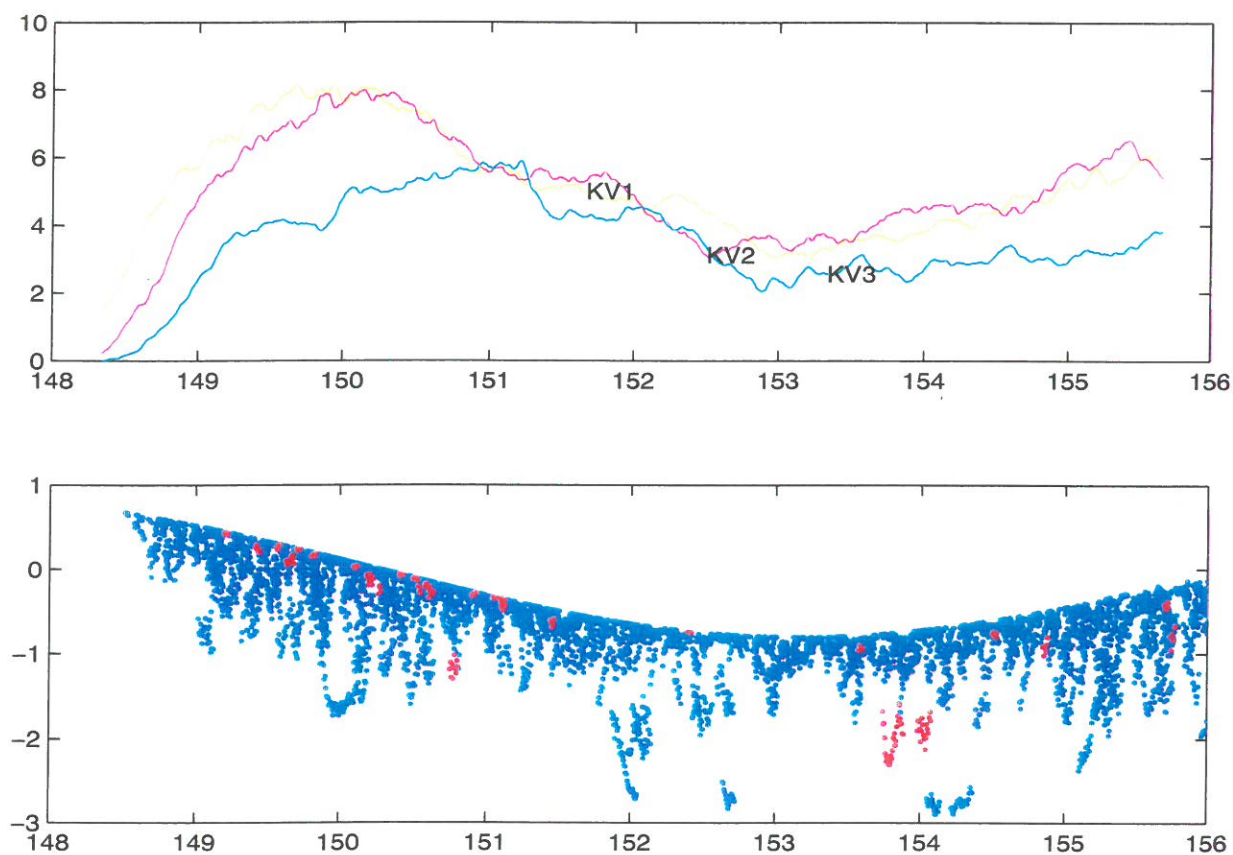
Skalaen på tidsaksen i plottene i Figur 5.11 – 5.15 viser antall timer etter *start* av simuleringen, og er tilfeldig valgt. Høyvann inntreer ved $t \sim 147$ timer og lavvann inntreer ved $t \sim 153$ timer.



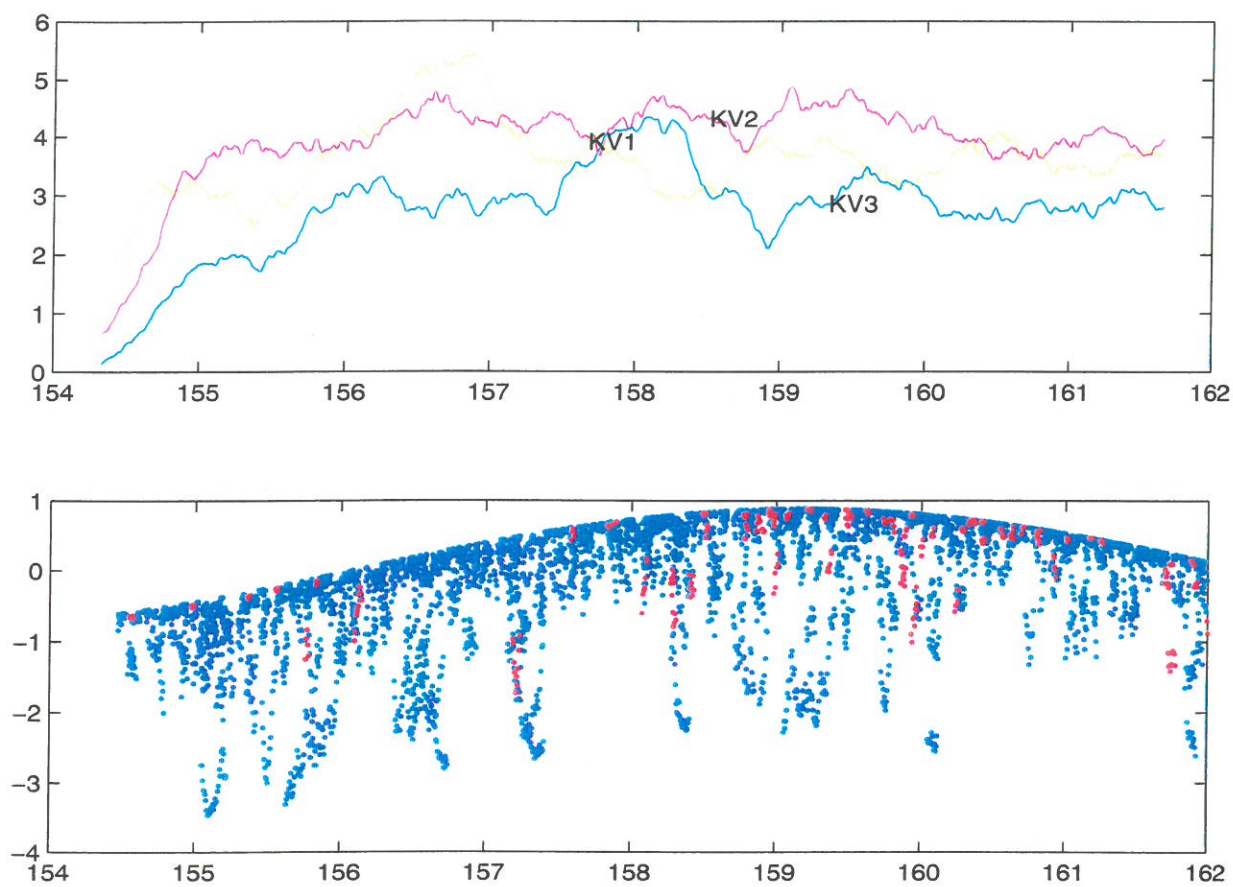
Figur 5.11: Vertikal posisjon av partikler i kontrollvolum KV1 – KV3. Case 1 – 4 som angitt.



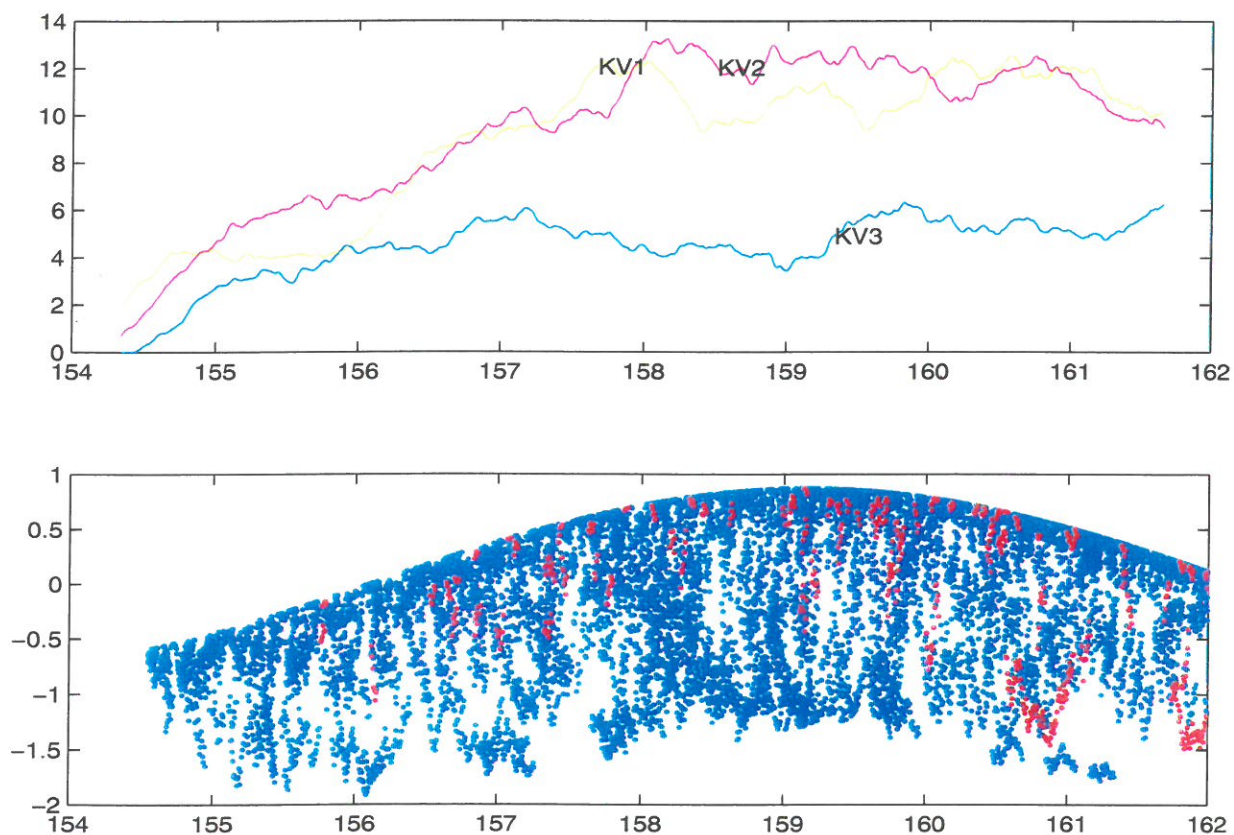
Figur 5.12: Antall partikler (KV1-3) og vertikal posisjon av partikler i KV2 (nederst). Case 1.



Figur 5.13: Antall partikler (KV1-3) og vertikal posisjon av partikler i KV2 (nederst). Case 2.



Figur 5.14: Antall partikler (KV1-3) og vertikal posisjon av partikler i KV2 (nederst). Case 3.



Figur 5.15: Antall partikler (KV1-3) og vertikal posisjon av partikler i KV2 (nederst). Case 4.

På grunnlag av antall partikler i kontrollvolumene er det gjort overslag av uttynningen i forhold til referansekonsentrasjonen ved utslippstedet, C_0 . Volumet til hvert kontrollvolum er beregnet som arealet ganger en karakteristisk dybde for utbredelse av partikler vertikalt i kontrollvolumet. Det siste kan være vanskelig å anslå, men det er valgt en dybde på 3 m for Case 1 og Case 3 (høy vannføring) og 2 m for Case 2 og Case 4 (lav vannføring). Dette tilsvarer omtrent tykkelsen på ferskvannslaget, som varierer lite mellom de tre stedene, jfr Figur 5.4. Det samsvarer bra med den vertikale utbredelsen av skyene slik den er vist på Figur 5.12 – 5.15.

Kurvene i Figur 5.12 – 5.13 indikerer at kontrollvolumene er ”mettet” med stoff når behandlingen har pågått i 1 – 1½ timer. Antall partikler i hvert kontrollvolum er derfor beregnet som middelverdien i intervallet fra 1½ time til 8 timer etter at behandlingen startet. De tallene som inngår i beregningen og resultatet av beregningen er gitt i Tabell 5.1.

Tabell 5.1: Anslag over konsentrasjoner i kontrollvolum KV 1 (300 m oppe i Steinkjerelva), KV 2 (midt i oset) og KV 3 (300 m utenfor oset).

	KV 1	KV 2	KV 3
Areal av kontrollvolum (m ²)	2545	3025	3267
Case 1; $C_0 = 0.0039$			
Spredningsdybde (m)	3	3	3
Midlere antall partikler	2,88	3,18	2,10
Midlere fortynning, C/C_0	0,097	0,090	0,055
Case 2; $C_0 = 0.0078$			
Spredningsdybde (m)	2	2	2
Midlere antall partikler	5,02	5,12	3,73
Midlere fortynning, C/C_0	0,126	0,108	0,073
Case 3; $C_0 = 0.0039$			
Spredningsdybde (m)	3	3	3
Midlere antall partikler	3,81	4,19	3,05
Midlere fortynning, C/C_0	0,075	0,069	0,046
Case 4; $C_0 = 0.0078$			
Spredningsdybde (m)	2	2	2
Midlere antall partikler	10,35	10,77	5,06
Midlere fortynning, C/C_0	0,261	0,228	0,099

Det framgår at konsentrasjonene 300 m oppe i elva (KV 1) er redusert til 7-10 % av den opprinnelige for tilfellene med størst vannføring og 13 – 26 % av den opprinnelige for tilfellene med lav vannføring. Dosering fra 1 time etter flo sjø gir større konsentrasjon (9,7 %) i KV1 enn dosering fra 1 time etter fjære sjø (7,5 %) for tilfellet med stor vannføring. Ved lav vannføring er forholdet motsatt, dvs med større konsentrasjon (26,1 %) når det doseres fra 1 time etter fjære sjø enn når det doseres fra 1 time etter flo sjø (12,6 %).

6. REFERANSER

- /1/ Utnes, T. and Brørs, B. (1993). Numerical modelling of 3-D circulation in restricted waters. *Appl. Math. Modelling*, Vol. 17, 522-535.
- /2/ Brørs, B. (1993). *Prediction of Buoyant Outflow in Lakes and Fjords with a Quasi 3D Numerical Model*. SINTEF Report No. STF60 A93095, ISBN No. 82-595-8113-3, 41 pp.
- /3/ Beak Consultants Ltd. 1980. Fisheries resources of the lower Churchill River, februar 1980, appendix 4. Utarbeidet for "the lower Churchill River Development Corporation"
- /4/ Steinkjer Kommune, Utviklingsetaten. Kartblad "Ogna", "Steinkjerelva", "Byaelva"(2stk), "Figga", og "Sentrum" i målestokk 1:2000 fra 19.10.1998, med påtegnet utslipp 1-67 fra Fylkesmannens miljøvernavdeling i Steinkjer.
- /5/ Tidevannsberegninger fra Universitetet i Oslo: <http://www.math.uio.no/tidepred/>
- /6/ Fisher, H. B., List, E. J., Koh, R. C. Y., Imberger, J. and Brooks, N. H.. (1979). *Mixing in Inland and Coastal Waters*. Academic Press, New York. 483 pp.
- /7/ Jacobson, P. (1977). *Resipientundersøkelse av Trondheimsfjorden*. VHL rapport, SINTEF rapportnummer STF60 F76082, Trondheim. 116 pp.
- /8/ Fylkesmannens miljøvernavdeling, Nord-Trøndelag. Salinitetsmålinger i Havneområdet i Steinkjer 8. juli og 1. September 1998.

VEDLEGG: NUMERISK MODELL

Matematisk formulering

Utgangspunktet for den matematiske formuleringen er Navier-Stokes ligningene. Disse ligningene kan forenkles hvis det antas at strømmingen er nesten horisontal, slik at trykket kan antas å være hydrostatisk. Ligningene for bevaring av bevegelsesmengde (impuls) i horisontalretningen kan da skrives som

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla_s) \mathbf{u} + W_a \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} = -g \nabla_{xy} P - \mathbf{f} \times \mathbf{u} + H^{-1} \nabla_s \cdot (H A_h \nabla_s \mathbf{u}) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_v \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} \right), \quad (1)$$

$$\text{hvor: } P = g \zeta - \int_z^\zeta g \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} dz'; \quad W_a = w - \frac{\partial z}{\partial t} - \mathbf{u} \cdot \nabla_s z.$$

De andre ligningene som benyttes er kontinuitetsligningen

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\nabla_s \cdot \mathbf{u} + \frac{\partial u}{\partial z} \nabla_s z \quad (2)$$

og en eller flere ligninger for transport av en skalar Φ på formen

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla_s) \Phi + w \frac{\partial \Phi}{\partial z} = H^{-1} \nabla_s \cdot (H A_h \nabla_s \Phi) A_v \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{A_v}{\sigma_k} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + S_\Phi. \quad (3)$$

Skalarligningene kan for eksempel være turbulent kinetisk energi k , ferskvannsinhold F eller temperatur T .

I ligningene (1) til (3) er $\mathbf{u} = (u, v)$ hastighetsvektoren i horisontalplanet og w er den vertikale hastighetskomponenten, ζ er vannstanden i forhold til middelvannstanden og H er vanddybden. g er tyngdens aksellerasjon, $\mathbf{f}$ er Coriolis-vektoren, A_h og A_v er henholdsvis horisontal og vertikal eddyviskositet. Gradientoperatoren ∇_s representerer den horisontale gradienten ∇_{xy} beregnet langs linjer med konstant vertikal koordinat ($s = \text{konstant}$).

Koordinatsystemet er kartesisk, med x - og y -aksen horisontalt (med retning henholdsvis mot øst og nord) og z -aksen pekende vertikalt oppover med origo i middelvann-nivå, og t representerer tiden. Det benyttes "konvensjonelle" verdier for konstantene, $\sigma_k = 1$ og $C_\mu = 0.09$. Den horisontale eddyviskositeten antas å være konstant, og det benyttes verdier i området $A_h \in [1, 100]$ m^2/s , tilpasset forholdene. Den vertikale eddyviskositeten er variabel i tid og rom, og beregnes av det algebraiske uttrykket

$$A_v = C_\mu^{1/4} k^{1/2} \ell, \quad (4)$$

som utgjør koplingen mellom ligning (1) og k -ligningen (3). Den turbulente lengdeskalaen er definert av uttrykket

$$\ell = \kappa z \left(1 - \frac{z - z_0}{H}\right) \frac{1}{1 + 4 Ri}, \text{ hvor } Ri = \frac{-\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z}}{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2}, \quad (5)$$

hvor z_0 er ruhetsparameteren (ruhetslengden) for bunnen. Faktoren som inneholder Richardsonstallet Ri gjør at blandingen i vertikalretningen blir mindre når det er stabil lagdeling av vannet.

Vertikalintegreerte ligninger

Overflatehevningen ζ finnes ved å løse de vertikalintegreerte impuls- og kontinuitetsligningene. Disse ligningene kan skrives henholdsvis

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla) \bar{\mathbf{u}} + w \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial z} = -g \nabla \zeta - \mathbf{f} \times \bar{\mathbf{u}} + \nabla \cdot (A_h \nabla \bar{\mathbf{u}}) + \frac{1}{\rho H} (\mathbf{t}_s - \mathbf{t}_b) \quad (6)$$

og

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla \cdot (H \bar{\mathbf{u}}) = 0 \quad (7)$$

der $\bar{\mathbf{u}}$ er vertikalmidlet horisontal hastighet, ρ er referansetettheten, τ_s er skjærspenningen fra eventuell vind mot overflaten og τ_b er skjærspenningen som bunnen gir motsatt vannets bevegelse. Ligning (6) og (7) løses for å beregne overflatehevningen, ζ .

Grensebetingelser

I *innløp* og *utløp* spesifiseres det enten en hastighet $\mathbf{u}$, mens overflatehevningen ζ får bevege seg fritt, eller det spesifiseres en vannstand ζ mens minst den ene av hastighetskomponentene får innstille seg fritt. Det er imidlertid et krav at vannstanden spesifiseres for minst én node i elementnettet.

Grensebetingelsen for *den fri overflaten*, der w_s er vertikalhastigheten og τ_s er skjærspenningen på overflaten (som regel fra vind), er som følger:

$$\rho A_v \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} = \mathbf{t}_s, w_s = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y}. \quad (8)$$

Grensebetingelsen ved *bunnen*, der w_b er vertikalkomponenten av vannhastigheten, er som følger:

$$\rho A_v \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} = \mathbf{t}_b, w_b = - \left(u \frac{\partial z}{\partial x} + v \frac{\partial z}{\partial y} \right). \quad (9)$$

Bunnskjærspenningen τ_b beregnes fra hastigheten ved bunnen ved hjelp av følgende uttrykk:

$$\mathbf{t}_b = \rho C_D |\mathbf{u}_b| \mathbf{u}_b, C_D = \max \left[\left(\frac{\kappa}{\ln(z_b/z_0)} \right)^2, 0,0025 \right] \quad (10)$$

og hastigheten $\mathbf{u}_b$ like over bunnen spesifiseres ved hjelp av logaritmebetingelsen

$$\mathbf{u}_b = \frac{1}{\kappa} \left(\frac{\mathbf{t}_b}{\rho} \right)^{1/2} \ln(z_b/z_0) \quad (11)$$

der $\kappa = 0.4$ er von Kármán konstanten.